PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA TAHUN 2013 (VOLUME 2)

TEMA:
Menumbuhkan Tindak Pikir Kreatif pada Pembelajaran Matematika sebagai Implementasi Kurikulum 2013

EDITOR:

Prof. Dr. Budiyono, M.Sc.

Dr. Mardiyana, M.Si.

Dr. Imam Sujadi, M.Si.

Dr. Budi Usodo, M.Pd.

Drs. Ponco Sudjatmiko, M.Si.

Dwi Maryono, S.Si., M.Kom.

ISBN: 978-602-7048-60-7

Penerbit:

YUMA PERKASA GROUP

PENERBIT, PERCETAKAN, DAN PERDAGANGAN UMUM

Kantor Pusat : Jl. Samudra Pasai No. 47, Kleco, Kadipiro, Surakarta 57136. Telp. (0271) 5863084/9226606. No. Fax: (0271) 654394, Hunting: 08122599653

Artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Tahun 2013 yang diselenggarakan oleh Program Studi S1 Pendidikan Matematika FKIP UNS Surakarta di Aula Gedung Pascasarjana UNS pada Tanggal 20 Nopember 2013. Versi Online dapat diakses di http://math.fkip.uns.ac.id.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Tuhan yang Maha Esa, karena atas rahmat-Nya Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Tahun 2013 dapat diterbitkan. Prosiding ini merupakan kumpulan dari sebagian besar artikel ilmiah yang dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Tahun 2013 yang mengambil tema "**Menumbuhkan Tindak Pikir Kreatif pada Pembelajaran Matematika sebagai Implementasi Kurikulum 2013**". Kegiatan ini diselenggarakan oleh Program Studi S1 Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sebelas Maret pada Tanggal 20 Nopember 2013 di aula gedung Pascasarjana UNS.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada editor prosiding dan seluruh panitia seminar yang telah bekerja keras sehingga seminar ini dapat terlaksana dengan sukses. Semoga prosiding ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Surakarta, 27 Nopember 2013
Ketua Panitia,

Drs. Ponco Sudjatmiko, M.Si.

DAFTAR ISI

MAKALAH PENDAMPING : MATEMATIKA 1

MAKALAH PENDAMPING : MATEMATIKA 2

MAKALAH PENDAMPING : MATEMATIKA 3

ANALISIS KAPASITAS MAKSIMUM LINTASAN DENGAN PENDEKATAN ALJABAR MAX-MIN

M. Andy Rudhito[1)]
1) Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta,
e-mail: arudhito@gmail.com

Abstract

Artikel ini membahas suatu metode analisis kapasitas maksimum lintasan dalam suatu jaringan dengan menggunakan pendekatan aljabar max-min. Pembahasan merupakan hasil kajian teoritis yang didasarkan literatur dan suatu perhitungan menggunakan program MATLAB. Hasil pembahasan menunjukkan bahwa jaringan yang memuat kapasitas, dapat dimodelkan sebagai graf berarah terbobot, di mana bobotnya adalah kapasitas dalam jaringan. Graf berarah terbobot di atas dapat dinyatakan dalam matriks atas aljabar max-min. Dengan menggunakan operasi perpangkatan max-min untuk matriks di atas, dapat ditentukan kapasitas maksimum lintasan antara dua buah titik dalam jaringan. Selanjutnya diberikan program MATLAB untuk menghitung perpangkatan matriks atas aljabar max-min yang dapat digunakan untuk membantu menentukan kapasitas maksimum lintasan dalam jaringan tersebut..

Keywords**:**aljabar max-min, matriks, lintasan, kapasitas maksimum.

PENDAHULUAN

Aljabar max-plus (himpunan $\mathbf{R}\cup\{-\infty\}$, dengan **R** adalah himpunan semua bilangan real, yang dilengkapi dengan operasi maximum dan penjumlahan) telah digunakan untuk memodelkan dan menganalisis sistem produksi sederhana, dengan fokus analisa pada masalah input-output sistem (Baccelli et.al, 2001 dan Rudhito, 2003). Pemodelan dan analisis sifat-sifat suatu jaringan antrian juga telah dilakukan dengan pendekatan aljabar max-plus, seperti dalam Krivulin (2000) dan Rudhito (2011). Penerapan aljabar max-plus pada masalah analisis lintasan kritis juga telah dibahas dalam Rudhito (2010). Pemodelan dan analisa suatu jaringan dengan pendekatan aljabar max-plus ini dapat memberikan hasil analitis dan lebih mudah pada komputasinya.

Selain aljabar max-plus, dalam Baccelli et.al. (2001), Gondran and Minoux (2008) dan John and George (2010) telah disinggung beberapa varian aljabar yang serupa dengan aljabar max-plus, seperti aljabar min-plus (dengan operasi minimum dan penjumlahan) dan aljabar max-min (dengan operasi maximum dan minimum). Diberikan pula dalam referensi di atas, beberapa gambaran singkat mengenai ilustrasi penerapannya yang terkait dengan masalah-masalah dalam teori graf, seperti masalah lintasan terpendek dan masalah kapasitas maksimum suatu lintasan dalam jaringan. Seperti halnya dalam aljabar max-plus, dengan pendekatan aljabar yang serupa diharapkan masalah-masalah yang terkait dapat dimodelkan dan perhitungan-perhitungan masalah-masalah yang terkait dapat dilakukan secara lebih analitis.

Makalah ini akan membahas analisis penentuan kapasitas maksimum suatu lintasan dalam jaringan dengan menggunakan pendekatan aljabar max-min. Untuk memudahkan dalam perhitungan numeriknya, akan disusun pula suatu program komputer dengan menggunakan *MATLAB*. Dari hasil pembahasan makalah ini diharapkan sebagai langkah awal untuk ke masalah berikutnya yang lebih kompleks, seperti menentukan aliran (*flow*) maksimum dalam suatu jaringan.

ALJABAR MAX-MIN DAN MATRIKS

Dalam bagian ini dibahas konsep-konsep dasar aljabar max-min dan matriks atas aljabar max-min. Pembahasan lebih lengkap dapat dilihat pada Rudhito (20011), Rudhito (2013[a]) dan Rudhito (2013[b]).

Diberikan $\mathbf{R}_\varepsilon^+ := \mathbf{R}^+ \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\mathbf{R}^+$ adalah himpunan semua bilangan real nonnegatip dan $\varepsilon : = +\infty$. Pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ didefinisikan operasi berikut:

$$\forall a,b \in \mathbf{R}_\varepsilon^+,\ a \oplus b := \max(a, b) \ \text{dan} a \otimes b : = \min(a, b) \ .$$

Dapat ditunjukkan bahwa ($\mathbf{R}_\varepsilon^+$, $\oplus$, $\otimes$) merupakan semiring idempoten komutatif dengan elemen netral 0 = 0 dan elemen satuan $\varepsilon = +\infty$. Kemudian ($\mathbf{R}_\varepsilon^+$, $\oplus$, $\otimes$) disebut dengan *aljabar max-min*, yang selanjutnya cukup dituliskan dengan $\mathbf{R}_\varepsilon^+$. Dalam hal urutan pengoperasian (jika tanda kurang tidak dituliskan), *operasi* $\otimes$ *mempunyai prioritas yang lebih tinggi dari pada operasi* $\oplus$. Karena ($\mathbf{R}_\varepsilon^+$, $\oplus$) merupakan semigrup komutatif idempoten, maka relasi "$\preceq_{\mathrm{m}}$" yang didefinisikan pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ dengan $x \preceq_{\mathrm{m}} y \Leftrightarrow x \oplus y = y$ merupakan *urutan parsial* pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$.Lebih lanjut relasi ini merupakan *urutan total* pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$. Karena $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ merupakan semiring idempoten, maka operasi $\oplus$ dan $\otimes$ *konsisten* terhadap urutan $\preceq_{\mathrm{m}}$, yaitu $\forall a, b, c \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$, jika $a \preceq_{\mathrm{m}} b$, maka $a \oplus c \preceq_{\mathrm{m}} b \oplus c$, dan $a \otimes c \preceq_{\mathrm{m}} b \otimes c$. Aljabar max-min $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ *tidak memuat pembagi nol* yaitu $\forall\ x,\ y \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$ berlaku: jika $x \otimes y = \min(x, y) = 0$,maka x =0atau $y = 0$.

Operasi $\oplus$ dan $\otimes$ pada $\mathbf{R}_\varepsilon^+$ dapat diperluas untuk operasi-operasi matriks dalam $\mathbf{R}_\varepsilon^{+m\times n}$: = $\{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$, untuk i = 1, 2, ..., m dan j = 1, 2, ..., $n\}$. Untuk $\alpha \in \mathbf{R}_\varepsilon^+$, dan $A, B \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+m\times n}$ didefinisikan $\alpha \otimes A$, dengan $(\alpha \otimes A)_{ij} = \alpha \otimes A_{ij}$ dan $A \oplus B$, dengan $(A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}$ untuk i = 1, 2, ..., m dan j = 1, 2, ..., n. Untuk $A \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+m\times p}$, $B \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+p\times n}$ didefinisikan $A \otimes B$, dengan $(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^{p} A_{ik} \otimes B_{kj}$. Matriks $A, B \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+m\times n}$ dikatakan *sama*jika$A_{ij} = B_{ij}$untuk setiap$i$dan$j$. Didefinisikan matriks matriks $\mathrm{O} \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+m\times n}$, di mana $(\mathrm{O})_{ij} := 0$, untuk setiap i dan j, dan matriks $E \in \mathbf{R}_\varepsilon^{+n\times n}$, di mana $(E)_{ij} := \begin{cases} \varepsilon\ , \ \text{jika } i = j \\ 0\ , \ \text{jika } i \neq j \end{cases}$. Dapat ditunjukkan bahwa ($\mathbf{R}_\varepsilon^{+n\times n}$, $\oplus$, $\otimes$) merupakan semiring idempoten dengan elemen netral matriks O dan elemen satuan matriks E.

Sedangkan $\mathbf{R}_{\varepsilon}^{+m\times n}$ merupakan semimodul atas $\mathbf{R}_{\varepsilon}^{+}$. Pangkat k darimatriks $A\in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$ dalam aljabar max-plus didefinisikan dengan: $A^{\otimes 0} = E_n$ dan $A^{\otimes k} = A\otimes A^{\otimes k-1}$ untuk k = 1, 2, ...

Contoh 1.

i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \varepsilon & 3 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\oplus 0 & 2\oplus 5 \\ \varepsilon\oplus 1 & 3\oplus 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(1,0) & \max(2,5) \\ \max(\varepsilon,1) & \max(3,7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ \varepsilon & 7 \end{bmatrix}.$

ii) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 \\ \varepsilon & 3 & 2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon & 1 \\ 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\otimes\varepsilon \oplus 0\otimes 6 \oplus 8\otimes 2 & 1\otimes 1 \oplus 0\otimes 0 \oplus 8\otimes 4 \\ \varepsilon\otimes\varepsilon \oplus 3\otimes 6 \oplus 2\otimes 2 & \varepsilon\otimes 1 \oplus 3\otimes 0 \oplus 2\otimes 4 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \max(1,0,2) & \max(1,0,4) \\ \max(\varepsilon,3,2) & \max(1,0,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

ANALISIS KAPASITAS MAKSIMUM LINTASAN

Konsep-konsep dalam aljabar max-plus sangat terkait dengan konsep-konsep dalam teori graf. Untuk itu dalam bagian ini akan diawali dengan meninjau kembali beberapa konsep dalam teori graf.

Suatu *graf berarah* G didefinisikan sebagai suatu pasangan G = (V, A) dengan V adalah suatu himpunan berhingga tak kosong yang anggotanya disebut *titik* dan A adalah suatu himpunan pasangan terurut titik-titik. Anggota A disebut *busur*. Suatu *lintasan* dalam graf berarah G adalah suatu barisan berhingga busur (i_1, i_2), (i_2, i_3), ... , (i_{l-1}, i_l) dengan $(i_k, i_{k+1}) \in$ A untuk suatu $l \in \mathbf{N}$(= himpunan semua bilangan asli) dan$k$ = 1, 2, ..., $l-1$. Suatu lintasan disebut *sirkuit* jika titik awal dan titik akhirnya sama. Diberikan graf berarah G = (V, A) dengan V = {**1**, **2**, ... ,**p**}. Graf berarah G dikatakan *berbobot* jika setiap busur $(j, i) \in$ A dikawankan dengan suatu bilangan real A_{ij}. Bilangan real A_{ij} disebut *bobot* busur (j, i), dilambangkan dengan $w(j, i)$. *Graf preseden* dari matriks $A \in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$ adalahgraf berarah berbobot G(A) = (V, A) denganV = {**1**, **2**, ... ,**n**} dan A = {(**j**, **i**) | w(**i**, **j**) = $A_{\mathbf{ij}} \neq 0$}. Sebaliknya untuk setiap graf berarah berbobot G = (V, A) selalu dapat didefinisikan suatu matriks $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n\times n}$ dengan A_{ij} = $\begin{cases} w(j,i), & \text{jika } (j,i)\in \mathcal{A} \\ \varepsilon, & \text{jika } (j,i)\notin \mathcal{A}. \end{cases}$, yang disebut *matriks bobot* graf G.

Dalam masalah lintasan kapasitas maksimum, untuk suatu graf berarah berbobot dengan matriks bobotnya $A\in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$, A_{ij}adalah bilangan real nonnegatif dan merupakan *kapasitas*busur (j, i), yaitu aliran maksimum yang dapat melalui busur (j, i). Diberikan $A\in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$. Jika k = 0, 1, 2, 3, ..., maka unsur ke-st dari matriks $A^{\otimes k}$ adalah

$$(A^{\otimes k})_{st} = \max_{1\le i_1, i_2, \cdots i_{k-1} \le n} (\min(A_{s,\, i_{k-1}}, \dots, A_{i_2,\, i_1},\ A_{i_1,\, t}))$$

$$= \max_{1\le i_1, i_2, \cdots i_{k-1} \le n} (\min(\ A_{i_1,\, t}, A_{i_2,\, i_1},\ \dots\ , A_{s,\, i_{k-1}}))\ ,\ \text{untuk setiap } s,\ t.$$

Karena min($A_{i_1,\, t}, A_{i_2,\, i_1}, \dots, A_{s,\, i_{k-1}}$) adalah kapasitas lintasan dengan panjang *k* dengan *t* sebagai titik awal dan *s* sebagai titik akhirnya dalam G(*A*), maka $(A^{\otimes k})_{st}$ adalah kapasitas maksimumsemua lintasan dalam G(*A*) dengan panjang *k*, dengan *t* sebagai titik awal dan *s* sebagai titik akhirnya. Jika tidak ada lintasan dengan panjang *k* dari *t* ke *s*, maka kapasitas bobot maksimum didefinisikan sama dengan 0.

Teorema 1. *Diberikan*$A \in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$. $\forall p \ge n$, $A^{\otimes p} \preceq_{\mathrm{m}} E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1}$.

Bukti: Karena banyak titik dalam G(*A*) adalah *n* maka semua lintasan dengan panjang $p \ge n$ tersusun setidaknya oleh sebuah sirkuit, sehingga kapasitas maksimum sirkuit tersebut lebih kecil atau sama dengan kapasitas maksimum lintasan yang panjangnya kurang dari *n*. Akibatnya $A^{\otimes p} \preceq_{\mathrm{m}} A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1}$, $\forall p \ge n$. Karena untuk setiap $A \in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$ berlaku $A \preceq_{\mathrm{m}} E \oplus A$, maka $A^{\otimes p} \preceq_{\mathrm{m}} E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1}$, $\forall p \ge n$. ■

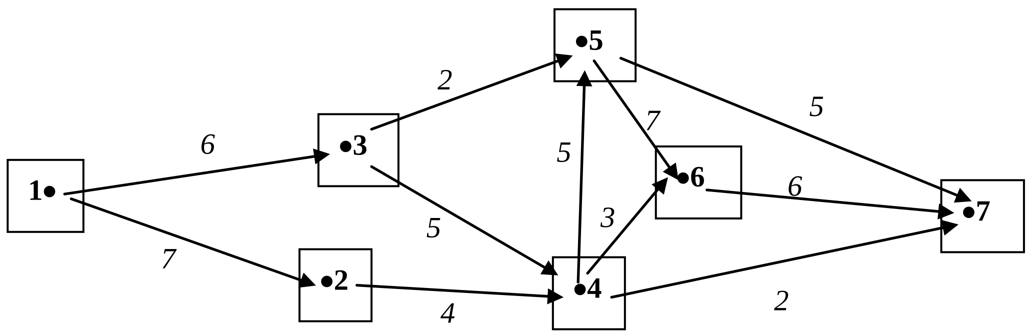
Berdasarkan Teorema 1 di atas didefinisikan operasi bintang (*) berikut.

Definisi 1. *Diberikan*$A \in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$. *Didefinisikan*$A^{*} := E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n} \oplus A^{\otimes n+1} \oplus \dots$.

Mengingat Teorema 1 diperoleh bahwa $A^{*} := E \oplus A \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1}$. Berdasarkan penjelasan tentang kapasitas dan pangkat matriks di atas dapat disimpukan bahwa unsur $(A^{*})_{ij}$ merupakan kapasitas maksimum lintasan dengan ujung titik *j* dan pangkal titik *i* . Dari uraian di atas diperoleh Teorema 2 berikut, dengan bukti seperti pada uraian di atas.

Teorema 2. *Jika* $A \in \mathbf{R}_{\varepsilon}^{+n\times n}$ *merupakan matriks bobot suatu graf berarah berbobot, makaunsur* $(A^{*})_{ij}$ *merupakan kapasitas maksimum lintasan dengan ujung titikj dan pangkal titik i* .

Contoh 2. Diberikan suatu jaringan berkapasitas seperti pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Suatu Jaringan Berkapasitas

Matriks bobot graf berarah berbobot pada jaringan berkapasitas di atas adalah matriks A di bawah ini. Dengan menggunakan program yang disusun dengan menggunakan *MATLAB* seperti pada list program terlampir, dengan input matriks A tersebut, diperoleh output program matriks A^* sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}, \; A^* = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & \varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & \varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 5 & \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 5 & 5 & \varepsilon & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 5 & 5 & 7 & \varepsilon & 0 \\ 5 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 & \varepsilon \end{bmatrix}.$$

Dari matriks A^* nampak bahwa kapasitas maksimum lintasan dengan titik awal titik ke-**j** nampak dalam unsur-unsur kolom ke-**j** matriks A^*. Tabel berikut memberikan daftar lintasan dan kapasitas maksimumnya dengan titik awal titik **1**. Untuk titik awal yang lain dapat dilakukan dengan cara yang sama.

Tabel 1. Kapasitas Maksimum Lintasan dari Titik **1**

Titik Akhir	Lintasan	Kapasitas Maksimum
2	$1 \to 2$	7
3	$1 \to 3$	6
4	$1 \to 3 \to 4$	5
5	$1 \to 3 \to 4 \to 5$	5
6	$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6$	5
7	$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 7$	5

PENUTUP

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwajaringan yang memuat kapasitas, dapat dimodelkan sebagai graf berarah terbobot, di mana bobotnya adalah kapasitas dalam jaringan. Graf berarah terbobot di atas dapat dinyatakan dalam matriks atas aljabar max-min. Dengan menggunakan operasi perpangkatan max-min untuk matriks di atas, dapat ditentukan kapasitas maksimum lintasan antara dua buah titik dalam jaringan. Dapat pula disusun suatu program *MATLAB* untuk menghitung perpangkatan matriks atas aljabar max-min yang dapat digunakan untuk membantu menentukan kapasitas maksimum lintasan dalam jaringan tersebut.

Hasil pembahasan makalah ini diharapkan dapat dikembangkan untuk masalah yang lebih kompleks, seperti menentukan aliran (*flow*) maksimum dalam suatu jaringan, dengan terlebih dahulu menentukan lintasan dengan kapasitas maksimal secara otomatis.

DAFTAR PUSTAKA

Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. *Synchronization and Linearity*. New York: John Wiley & Sons.

John S. Baras and George Theodorakopoulos. 2010. *Path Problems in Networks*. Synthesis Lectures on Communication Networks. Morgan & Claypool Publishers.

Gondran, M and Minoux, M. 2008. *Graph, Dioids and Semirings.* New York: Springer.

Krivulin, N.K., *Algebraic Modelling and Performance Evaluation of Acyclic Fork-Join Queueing Networks.* Advances in Stochastic Simulation Methods, Statistics for Industry and Technology. Birkhauser, Boston, 63-81, 2000

Rudhito MA, 2003, *Sistem Linear Max-Plus Waktu-Invariant*, Tesis: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta

Rudhito MA, Wahyuni S, Suparwanto A, dan Susilo F. 2010.*Analisis Lintasan Kritis Jaringan Proyek dengan Pendekatan Aljabar Max-Plus*. Jurnal Matematika Vol 12 No. 3. pp. 128-133

Rudhito, Andy. 2011. *Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur dan Penerapannya pada Masalah Penjadwalan dan Jaringan Antrian Kabur*. Disertasi: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.

Rudhito, Andy. 2013[a]. Aljabar Max-Min Interval. *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan , dan Penerapan MIPA*, tanggal 18 Mei 2013, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta: M-97 – M-102.

Rudhito, Andy. 2013[b]. Matriks atas Aljabar Max-Min Interval. *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains dan Matematika*, tanggal 15 Juni 2013, FSM Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga: 115-121.

LAMPIRAN: List Program *MATLAB* untuk Menghitung A^*

```
% Program Matlab untuk menghitung A* max-min
% input: A = matriks persegi atas max-min
% output: Matriks A*
A1 = input('    Masukkan matriks  Anxn =  ');
[m, n]= size(A1);

% Menghitung A pangkat dan A+
            G1=A1;
            A1_plus = A1;
   for s=1:n-1
s+1;
            for i = 1: n
                        for j = 1: n
                                    F1(i, j) = -Inf;
                        for p = 1: n
                                                F1(i, j) = max( F1(i, j) , min(A1(i, p), G1(p, j)));
end;
            end;
end;
            G1 = F1;
A1_plus = max(A1_plus, F1);
```

```
end;
   disp('    Matriks A_plus '), disp(A1_plus);

% Menghitung matriks E dan A*
          for i = 1 : n
          for j = 1 : n
          if i == j
E(i,j) = Inf;
          end;
          end;
          end;
  A1_star= max(E, A1_plus)

% Menampilkan hasil A*
 disp('    Matriks A_star '), disp(A1_star);
```